

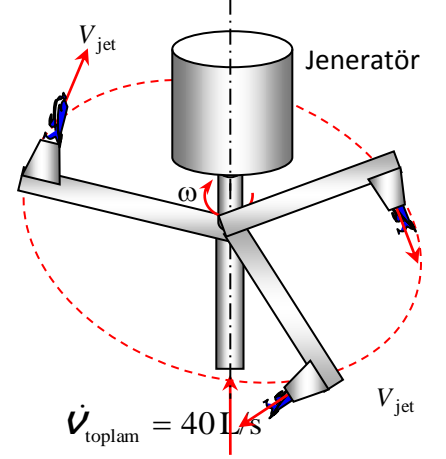
## 2015-2016 GÜZ DÖNEMİ AKIŞKANLAR MEKANİĞİ ÇÖZÜMLÜ SORULARI

### Bölüm 6-2 (Açısal Momentum)

Prof. Dr. Tahsin Engin

#### 6-50

Üç özdeş kolu bulunan bir çim fiskeyi, su akışının etkisiyle yatay düzlemde dönmekte ve bahçeyi sulamaktadır. Su, fiskeye 40 L/s debi ile dönme eksenini doğrultusunda girmekte ve 1.2 cm çapındaki lülelerden teğetsel yönde fiskeyi terk etmektedir. Yataklar, öngörülen işletme hızlarında sürtünmeden kaynaklanan  $T_0 = 50 \text{ N.m}$  değerinde yavaşlatıcı bir tork uygulanmaktadır. Lülelerin merkezleri ile dönme eksenindeki dik uzaklığın 40 cm olması halinde fiske milinin açısal hızını belirleyiniz.



**ÇÖZÜM** Üç kollu bir fiske bahçe sulamak için kullanılmaktadır. Belirli bir debi ve moment için için fiske milinin açısal hızı hesaplanacaktır.

**Kabuller** 1 Akış uniformdur ve fiskeye dikkate alındığında dairesel olarak daimidir. 2 Su atmosphere açılmaktadır, lüle çıkışında etkin basınç sıfırdır. 3 Dönen parçaların hava sürtünmesi ihmal edilecektir. 4 Lüle çapı kol çapına oranla çok küçüktür, bu yüzden yarıçap ve hız için ortalama değerler kullanılabilir.

**Özellikler** Suyun yoğunluğu  $1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/L}$  olarak alınabilir.

**Analiz** Fiske kollarını da içine alan ve sabit duran bir daireyi kontrol hacmi olarak seçelim. Kütle korunumundan dolayı daimi akış için  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$  olur. Üç lüle de özdeş ve suyun yoğunluğu sabit olduğundan dolayı  $\dot{m}_{\text{lüle}} = \dot{m}/3$  or  $\dot{V}_{\text{lüle}} = \dot{V}_{\text{toplam}}/3$  olur. Lüleye göre su jetinin bağıl çıkış hızı ve kütleli debisi;

$$V_{\text{jet}} = \frac{\dot{V}_{\text{lüle}}}{A_{\text{jet}}} = \frac{40 \text{ L/s}}{3[\pi(0.012 \text{ m})^2/4]} \left( \frac{1 \text{ m}^3}{1000} \right) = 117.9 \text{ m/s}$$

$$\dot{m}_{\text{toplam}} = \rho \dot{V}_{\text{toplam}} = (1 \text{ kg/L})(40 \text{ L/s}) = 40 \text{ kg/s}$$

olur. Açısal momentum denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$\sum M = \sum_{\text{cikan}} r \dot{m} V - \sum_{\text{giren}} r \dot{m} V$$

Saat ibresinin tersi yön pozitif ve saat ibresi yönünün negatif olduğu dikkate alınırsa dönme eksenini etrafındaki momentum denklemi;

$$-T_0 = -3r\dot{m}_{lüle} V_{gerçek} \quad \text{veya} \quad T_0 = r\dot{m}_{toplam} V_{gerçek}$$

Gerçek hız  $V_{gerçek}$  ifadesi yalnız bırakılır ve değerler yerine konulursa;

$$V_{gerçek} = \frac{T_0}{r\dot{m}_{toplam}} = \frac{50 \text{ N} \cdot \text{m}}{(0.40 \text{ m})(40 \text{ kg/s})} \left( \frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ N}} \right) = 3.1 \text{ m/s}$$

Böylece teğetsel hız ve açısal hız aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$V_{lüle} = V_{jet} - V_{gerçek} = 117.9 - 3.1 = 114.8 \text{ m/s}$$

$$\omega = \frac{V_{lüle}}{r} = \frac{114.8 \text{ m/s}}{0.4 \text{ m}} = 287 \text{ rad/s}$$

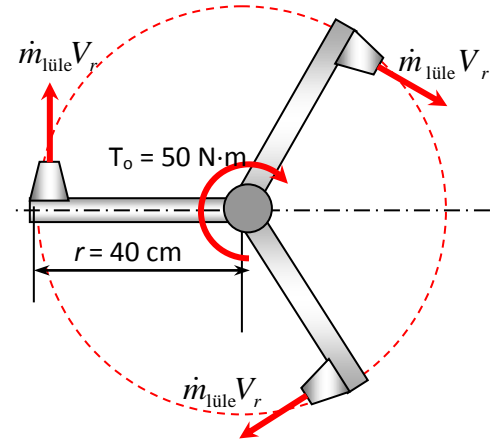
$$\dot{n} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{287 \text{ rad/s}}{2\pi} \left( \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ dakika}} \right) = 2741 \text{ d/d} \cong 2740 \text{ d/d}$$

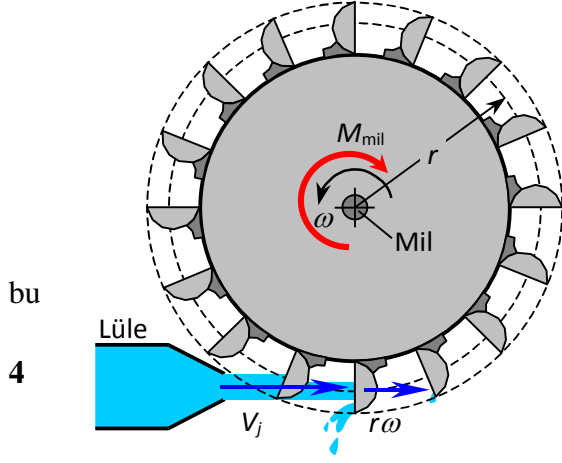
Böylece fiskiyenin yaklaşık 2740 devir/dakika hızla dönüyor olduğu görülür.

**İrdeleme** Kolların hareketi ile beraber hava sürtünmesi artacağı için gerçekteki dönme hızı bulunan değerinden daha altındadır.

## 6-51

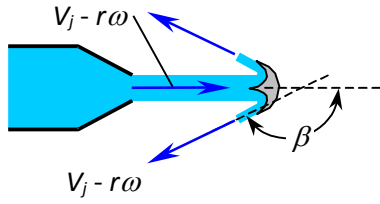
Pelton türbinleri hidroelektrik santrallerde elektrik üretmek için yaygın olarak kullanılır. Bu türbinlerde  $V_j$  yüksek hızına sahip bir jet, kepçelere çarparak çarkı dönmeye zorlar. Kepçeler jetin yönünü tersine çevirir ve jet geliş doğrultusu ile  $\beta$  açısı yaparak şekilde gösterildiği gibi kepçeleri terk eder. Çark yarıçapı  $r$  olan ve sabit açısal hız ile dönmekte olan bir Pelton türbininin üreteceği gücün  $\rho$  yoğunluk ve  $\dot{V}$  hacimsel debi olmak üzere;  $\dot{W}_{mil} = \rho\omega r\dot{V}(V_j - \omega r)(1 - \cos\beta)$  olduğunu gösteriniz.  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $r = 2 \text{ m}$ ,  $\dot{V} = 10 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $\dot{n} = 150 \text{ devir/dakika}$ ,  $\beta = 160^\circ$ , ve  $V_j = 50 \text{ m/s}$  sayısal değerleri için gücü hesaplayınız.





bu

4



**ÇÖZÜM** Pelton türbinleri hidroelektrik enerji santrallerinde güç üretmek için kullanılmaktadır. Güç üretimi için bir ilişki elde edilecek ve sayısal olarak ne kadar bir güç üretildiği tespit edilecektir

**Kabuller** 1 Akış üniformdur ve dairesel düzlemde daimidir. 2 Su atmosfere açılmaktadır, yüzden lüle çıkışında etkin basınç sıfırdır. 3 Sürtünme ve hava sürtünmeleri ihmal edilecektir. Nozül çapı moment koluna nisbeten küçüktür bu yüzden ortalama yarıçap ve hız değerleri kullanılabilir.

**Özellikler** Suyun yoğunluğu  $1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/L}$  olarak alınabilir.

**Analiz** Kepçelerin teğetsel hızı açısal hıza göre  $\omega = 2\pi n$  için  $V_{\text{kepçe}} = r\omega$  şeklinde ifade edilir. Böylece su jetinin bağıl hızı (kepçeye göre) aşağıdaki şekilde yazılır;

$$V_{\text{bagil}} = V_j - V_{\text{kepçe}} = V_j - r\omega$$

Pelton çarkını da içine alan hayali bir daireyi kontrol hacmi olarak seçelim. Akışkanın kontrol hacmine giriş hızı  $V_{\text{bagil}}$  ve çıkış hızının moment koluna dik bileşeni  $V_{\text{bagil}} \cos \beta$  'dır (Hızlar kepçeye göre bağıl olarak seçilmiştir). Açısal momentum denklemi  $\sum M = \sum_{\text{çıkan}} r\dot{m}V - \sum_{\text{giren}} r\dot{m}V$  olur. Saat ibresinin tersi pozitif, saat ibresinin yönü ise negatif alınır. Dönme eksenine göre açısal hız aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$-M_{\text{mil}} = r\dot{m}V_{\text{bagil}} \cos \beta - r\dot{m}V_{\text{bagil}} \quad \text{veya} \quad M_{\text{mil}} = r\dot{m}V_r(1 - \cos \beta) = r\dot{m}(V_j - r\omega)(1 - \cos \beta)$$

$\dot{W}_{\text{mil}} = 2\pi n M_{\text{mil}} = \omega M_{\text{mil}}$  ve  $\dot{m} = \rho \dot{V}$  olduğu dikkate alınırsa Pelton türbini için mil gücü;

$$\boxed{\dot{W}_{\text{mil}} = \rho \dot{V} r \omega (V_j - r\omega)(1 - \cos \beta)}$$

bulunur. Sayısal değerler yerine konulursa güç çıkışı;

$$\omega = 2\pi n = 2\pi(150 \text{ rev/min}) \left( \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) = 15.71 \text{ rad/s}$$

için

$$\dot{W}_{\text{mil}} = (1000 \text{ kg/m}^3)(10 \text{ m}^3/\text{s})(2 \text{ m})(15.71 \text{ rad/s})(50 - 2 \times 15.71 \text{ m/s})(1 - \cos 160^\circ) \left( \frac{1 \text{ MW}}{10^6 \text{ N} \cdot \text{m/s}} \right) = \mathbf{11.3 \text{ MW}}$$

bulunur.

**İrdeleme** Gerçekte üretilen güç hava sürtünmesi ve iç sürtünmelerden dolayı bu değerden düşük olacaktır. Ayrıca burada verilen gücün mil gücü olduğu, jeneratörde üretilen gücün ise belirli bir verimle üretileceğinden dolayı bu güçten de düşük olacağı unutulmamalıdır.

**6-72**

Lüle ile hızlandırılan su, bir türbinin  $D$  çaplı çarkına radial doğrultu ile  $\alpha$  açısı yaparak  $V$  hızı ile ve  $\dot{m}$  kütleli debisiyle girmektedir. Su, çarkı radyal yönde terk etmektedir. Türbin milinin açısal hızı  $\dot{n}$  olduğuna göre, bu radyal türbin ile üretilebilecek maksimum gücün  $\dot{W}_{mil} = \pi \dot{n} \dot{m} D V \sin \alpha$  olduğunu gösteriniz.

**ÇÖZÜM** Su  $D$  çapındaki bir türbine  $V$  hızıyla radyal yönde  $\alpha$  açısı yapacak şekilde ve  $\dot{m}$  kütleli debisi ile girmekte, çarktan radyal yönde ayrılmaktadır. Üretilebilecek maksimum gücün  $\dot{W}_{mil} = \pi \dot{n} \dot{m} D V \sin \alpha$  olduğunu gösteriniz.

**Kabuller** 1 Akış daimidir. 2 Tersinmez kayıplar ihmal edilecektir.

**Analiz** Çark bölgesini kontrol hacmi kabul edelim. Çıkış ve girişin teğetsel hızları sırasıyla;  $V_{1,t} = 0$  ve  $V_{2,t} = V \sin \alpha$  olur.

Normal hızlar ve sınırlara etki eden basınç kuvvetleri mil merkezinden geçtikleri için momente herhangi bir etkileri yoktur. Sadece teğetsel hızların açısal momentuma etkileri, dengeleyici momenti değiştirir. Bu hızların dikkate alınması ile milin oluşturduğu tork (moment);

$$T_{mil} = \dot{m}(r_2 V_{2,t} - r_1 V_{1,t}) = \dot{m} r_2 V_{2,t} - 0 = \dot{m} D (V \sin \alpha) / 2$$

Çarkın açısal hızı  $\omega = 2\pi \dot{n}$  olarak ifade edilir. Böylece mil gücü;

$$\dot{W}_{mil} = \omega T_{mil} = 2\pi \dot{n} \dot{m} D (V \sin \alpha) / 2$$

Maksimum güç ifadesi sadeleştirilirse  $\dot{W}_{mil} = \pi \dot{n} \dot{m} D V \sin \alpha$  şeklinde istenen ifadeye ulaşılmış olur.

**İrdeleme** Gerçekte elde edilen kuvvet, bu analizde dikkate alınmayan tersinmez kayıplardan dolayı daha küçük olacaktır.

