2015-2016 GÜZ DÖNEMİ AKIŞKANLAR MEKANİĞİ ÇÖZÜMLÜ SORULARI

Bölüm 6-1 (Lineer Momentum)

Prof. Dr. Tahsin Engin

6-14C

Bir helikopterin havada nasıl asılı durabildiğini, momentum ve hava akışı yardımıyla açıklayınız.

ÇÖZÜM Bir helikopterin nasıl havada asılı durduğunu inceleyeceğiz.

Analiz Bir helikopter havada asılı kalabilir çünkü, yukarıdaki pervane kanatlarının dönmesi ile aşağıdan yüksek hızla çıkan akışkan, daimi bir momentum oluşturur. Bu momentum helikopterin ağırlığı ile dengelenir. Eğer kuvvet helikopterin ağırlığından büyük olursa, helikopter yukarıya doğru harekete başlar.

6-18C

Hareketsiz bir lüleden sabit hızla çıkan yatay bir su jeti, sürtünmesiz bir ray üzerinde duran düşey plakaya dik olarak çarpmaktadır. Su jeti plakaya çarpınca, plaka suyun uyguladığı kuvvet ile hareket etmeye başlamaktadır. Plakanın ivmesi sabit mi kalır, yoksa değişir mi? Açıklayınız.

ÇÖZÜM Bir su jetinin çarpması sonucu ray üzerindeki plakanın ivme kazanıp kazanmayacağı tartışılacaktır.

Analiz **Kuvvet sabit olmadığı için ivme de sabit değildir.** Suyun plaka üzerinde oluşturduğu kuvvet $F = \dot{m}V = (\rho AV)V = \rho AV^2$ ifadesinden hesaplanır. Buradaki V su ile hareket eden plaka arasındaki bağıl hızdır. Plakanın ivmesinin büyüklüğü $a = F/m$'dir. Plaka hareket etmeye başlayınca V azalır, dolayısıyla ivme de azalmalıdır.

İrdeleme Ray üzerindeki arabanın hızının artmasını sağlayan şey, suyun raya göre olan bağıl hızıdır.

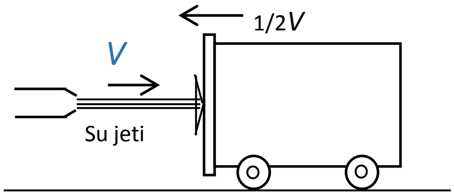
6-21

Bir yatay su jeti sabit V hızıyla düşey düz bir plakaya dik olarak çarpmakta ve düşey düzlemde etrafa dağılmaktadır. Plaka, gelmekte olan su jetine doğru $\frac{1}{2}V$ hızıyla hareket etmektedir. Plakayı hareketsiz olarak tutmak için gereken kuvvet F ise, plakayı su jetine doğru hareket ettirmek için gerekli kuvvet kaç F olur?

ÇÖZÜM V hızındaki bir su jeti $\frac{1}{2}V$ hızıyla su jetine doğru hareket eden bir plakaya çarpmaktadır. Plakayı jete doğru itebilmek için gerekli olan kuvvet, plakayı sabit tutmak için gereken F kuvveti cinsinden hesaplanacaktır.

Kabuller **1** Akış daimi ve sıkıştırılamazdır **2** Plaka dikey pozisyondadır ve su jeti plakaya diktir. **3** Plakanın her iki yanındaki basınç da atmosferik basınçtır (böylece basınç etkileri birbirini götürür). **4** Hareket esnasındaki sürtünmeler ihmal edilmiştir **5** Plakada herhangi bir ivme yoktur. **6** Plakanın etrafından sıçrayan su jet doğrultusuna diktir. **6** Jet neredeyse uniform akmaktadır, bu yüzden momentum-akı düzeltme faktörü ihmal edilmiştir ($\beta \cong 1$).

Analiz Plakayı kontrol hacmi seçelim. Plaka ve jet arasındaki bağıl hız, plaka sabit haldeyken V ve plaka, jete ½V hızla yaklaşırken 1.5V'dir. Bütün bunlar dikkate alındığında tek boyutlu ve daimi akış için momentum denklemi aşağıdaki şekle indirgenir;



$$\sum \vec{F} = \sum_{\text{ÇIKAN}} \beta \dot{m} \vec{V} - \sum_{\text{GIREN}} \beta \dot{m} \vec{V} \quad \rightarrow \quad -F_R = -\dot{m}_i V_i \quad \rightarrow \quad F_R = \dot{m}_i V_i$$

Sabit plaka: $(V_i = V \quad \text{ve} \quad \dot{m}_i = \rho A V_i = \rho A V\,) \rightarrow \quad F_R = \rho A V^2 = F$

Hareketli plaka: $(V_i = 1.5V \quad \text{ve} \quad \dot{m}_i = \rho A V_i = \rho A(1.5V))$

$$\rightarrow \quad F_R = \rho A(1.5V)^2 = 2.25 \rho A V^2 = 2.25F$$

Böylece jet hızının 1.5 katına çıkması ile plakayı sabit tutmak için gerekli olan kuvvet 2.25 katına çıkmaktadır.

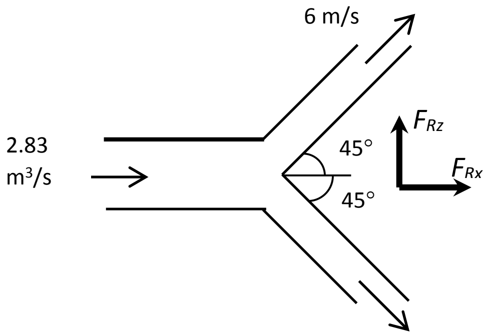
İrdeleme Dikkat edilirse plaka sabit durduğunda V aynı zamanda jet hızıdır. Fakat plaka akıma doğru ½V hızıyla hareket ederse, bağıl hız 1.5V olur ve birim zamanda plakaya çarpan (ve kenarlardan akan) kütle miktarı da %50 artar.

6-29E

2.83 m^3/s debiye sahip bir su jeti, pozitif x yönünde 6 m/s hızla hareket etmektedir. Hareketsiz bir ayırıcıya çarpan akımın yarısı 45°'lik açıyla yukarıya doğru, diğer yarısı da aynı açıyla aşağıya doğru saptırılmış ve her iki akımın nihai hızları 6 m/s'dir. Yerçekimi etkilerini ihmal ederek, suyun uyguladığı kuvvete karşı ayırıcıyı yerinde tutabilmek için uygulanması gereken kuvvetin *x*- ve *z*- bileşenini hesaplayınız.

ÇÖZÜM Bir su jeti sabit bir ayırıcıya çarpmakta ve akımın yarısı 45°'lik bir açıyla yukarıya, diğer yarısı ise aşağıya doğru yönlendirilmektedir. Ayırıcıyı yerinde tutmak için gerekli olan kuvvet hesaplanacaktır.

Kabuller **1** Akış daimi ve sıkıştırılamazdır. **2** Su jeti atmosfere açıktır. Bu yüzden akış ikiye ayrılmadan önce de sonra da akış üzerindeki hava basıncı, atmosfer basıncıdır. Basınç tüm yüzeylere eşit etki ettiği için dikkate alınmamıştır. **3** Yerçekimi etkisi dikkate alınmamıştır**. 4** Jet akışı neredeyse uniformdur ve momentum-akı düzetme faktörü ihmal edilebilir**,** $\beta \cong 1$.



Özellikler Suyun yoğunluğu 1000 kg/m^{3}alınacaktır.

Analiz Su jetinin kütlesel debisi;

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = (1000\,\text{kg/m}^3)(2.83\,\text{m}^3/\text{s}) = 2830\,\text{kg/s}$$

Akışkanın ayrıldığı bölgeyi ayırıcıyı da dahil ederek kontrol hacmi seçtik. Giriş kısmını 1 ve iki farklı çıkış noktasını da 2 olarak adlandırdık (iki çıkış kolunda da aynı hız ve kütlesel debiler vardır). Yatay yönü, akış yönü pozitif olacak şekilde *x* ve dikey yönü *z* olarak seçtik. Bir boyutlu daimi bir akış için momentum denklemi $\sum \vec{F} = \sum_{\text{out}} \beta \dot{m} \vec{V} - \sum_{\text{in}} \beta \dot{m} \vec{V}$ olarak ifade edilir. Ayırıcıya gelen kuvvetlerin x ve z bileşenlerini F_{Rx} ve F_{Rz} olarak adlandıralım ve ikisinin de pozitif doğrultuda olduğunu varsayalım. $V_2 = V_1 = V$ ve $\dot{m}_2 = \frac{1}{2}\dot{m}$ olduğuna göre x ve z için momentum denklemleri;

$$F_{Rx} = 2(\tfrac{1}{2}\dot{m})V_2 \cos\theta - \dot{m}V_1 = \dot{m}V(\cos\theta - 1)$$
$$F_{Rz} = \tfrac{1}{2}\dot{m}(+V_2 \sin\theta) + \tfrac{1}{2}\dot{m}(-V_2 \sin\theta) - 0 = 0$$

olur.Verilen değerler yerine konulursa;

$$F_{Rx} = (1000\,kg/s)(6\,m/s)(\cos 45^{\circ} - 1) = \mathbf{-1757\ N}$$

$$F_{Rz} = 0$$

bulunur. F_{Rx} ‘in negatif değeri varsayılan yönün yanlış olduğunu göstermektedir ve dengeleyici kuvvet ters yöndedir. Ayırıcıyı yerinde tutabilmek için 1757 N büyüklüğünde bir kuvvetin akışa ters yönde etki etmesi gerekmektedir. Dikey yönde ise dengeleyici bir kuvvete ihtiyaç yoktur. Bu netice, simetri durumundan da anlaşılabilir.

İrdeleme Gerçekte, yerçekimi etkisi üstteki akışın yavaşlamasına ve alttakı akımın hızlanmasına sebebiyet verir. Fakat kısa mesafeler için, bu etkiler pek tabii olarak ihmal edilebilir.

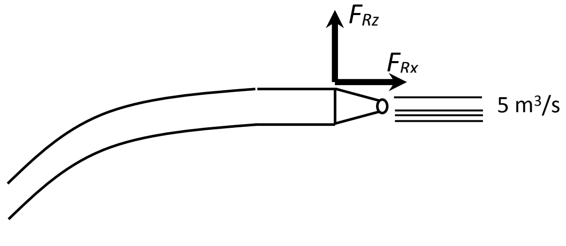
6-36

İtfaiyeciler bir yandan yangını söndürmeye çalışırken diğer yandan da hortumun ucundaki lüleyi tutmaya çalışırlar. Lülenin çıkış çapı 6 cm ve suyun hacimsel debisi 5 m^3/dakika ise (a) suyun ortalama çıkış hızını (b) itfaiyecilerin lüleyi tutabilmeleri için uygulamaları gereken yatay direnç kuvvetini belirleyiniz.

ÇÖZÜM İtfaiyeciler hortumun ucundaki lüleyi tutarken aynı zamanda yangını söndürmeye çalışırlar. Lüleden çıkan akışkanın ortalama hızı ve lüleyi tutmak için gerekli olan kuvvet hesaplanacaktır.

Kabuller **1** Akış daimi ve sıkıştırılamazdır. **2** Su jeti atmosfere açıktır. Bu yüzden akış ikiye ayrılmadan önce de sonra da akış üzerindeki hava basıncı, atmosfer basıncıdır. Basınç tüm yüzeylere eşit etki ettiği için dikkate alınmamıştır. **3** Yatay kuvvetler hesaplanacağı için yerçekimi kuvveti ve dikey kuvvetler dikkate alınmamıştır. **4** Jet akışı neredeyse uniformdur ve momentum-akı düzetme faktörü ihmal edilebilir**,** $\beta \cong 1$.

Özellikler Suyun yoğunluğu 1000 kg/m^3 olarak alınacaktır.



Analiz (a) Lüleyi ve hortumun dik kısmını, suyun dik olarak girip yatay olarak çıktığı bir kontrol hacmi olarak alalım (böylece girişteki basınç ve momentum dik eksende olur ve yatay eksendeki kuvvet dengesine hiçbir etkisi olmaz), ve giriş kısmını 1, çıkış kısmını ise 2 ile numaralandıralım. Yatay ekseni akış yönünde pozitif x olarak seçelim (böylece akış pozitif yönde olur). Bu drurumda ortalama çıkış hızı ve kütlesel debi aşağıdaki şekilde hesaplanır;

$$V = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} = \frac{5\,\text{m}^3/\text{dakika}}{\pi(0.06\,\text{m})^2/4} = 1768\,\text{m/dakika} = \mathbf{29.5\ m/s}$$

$$\dot{m} = \rho\dot{V} = (1000\,\text{kg/m}^3)(5\,\text{m}^3/\text{dak}) = 5000\,\text{kg/dak} = 83.3\,\text{kg/s}$$

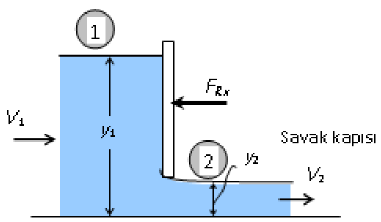
(*b*) Daimi ve tek boyutlu akış için momentum $\sum \vec{F} = \sum_{\text{out}} \beta\dot{m}\vec{V} - \sum_{\text{in}} \beta\dot{m}\vec{V}$ olarak ifade edilir. İtfaiyecinin lüleyi tutmak için uyguladığı kuvvete F_{Rx} diyelim ve pozitif x yönünde olduğunu varsayalım. Böylece x yönündeki momentum denkleminden;

$$F_{Rx} = \dot{m}V_e - 0 = \dot{m}V = (83.3\ \text{kg/s})(29.5\ \text{m/s})\left(\frac{1\ \text{N}}{1\text{kg}\cdot\text{m/s}^2}\right) = 2457\ \text{N} \cong \mathbf{2460\ N}$$

elde edilir. Böylece itfaiyecinin nozülü sabit tutabilmek için 2460 N kadar bir kuvvet uygulaması gerektiği anlaşılır.

İrdeleme 2460 N, yaklaşık olarak 250 kg'lık bir kuvvete tekabül etmektedir. Bu da 250 kg'luk bir yükü kaldırmakla eşdeğerdir. Takdir edilebilir ki böyle bir yükü tek bir kişinin kaldırması mümkün değildir. Bu durum, bizlere neden yüksek debili itfaiye hortumlarını birden fazla itfaiyecinin tutması gerektiğini açıklamaktadır.

6-42



Düşey bir plakanın aşağı ve yukarı hareketi ile bir kanaldaki debiyi basitçe kontrol eden dip savakları sulama sistemlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Savağa, savağın sırasıyla giriş ve çıkış tarafındaki $y_1$ve y_2 su yükseklikleri arasındaki fark ve V_1ve V_2 hızları arasındaki fark nedeniyle bir kuvvet etkir. Kanal yüzeylerindeki kayma kuvvetleri ihmal ederek, daimi ve uniform akış halinde, w genişliğindeki bir savaktaki V_1ve V_2 hızları ve savağa etkiyen tepki kuvveti için bağıntılar geliştiriniz.

ÇÖZÜM Bir kanaldaki debi, bir savak kapağı ile bir plakanın yukarı ve aşağı hareket ettirilmesi sûretiyle kontrol ediliyor. w genişliğindeki bir savak kapağına etkiyen kuvvetler daimi ve uniform akış için ifade edilecektir.

Kabuller **1** Akış daimi, sıkıştırlamaz, sürtünmesiz ve uniformdur (böylece Bernoulli denklemi uygulanabilir). **2** Yüzeylerdeki kayma kuvvetleri ihmal edilecektir. **3** Kanal atmosfere açıktır, bu yüzden serbest yüzeylerdeki basınç atmosferik basınçtır. **4** Akış yatay yöndedir. **5** Akış neredeyse uniform bir profilde akmaktadır bu yüzden momentum akısı düzeltme faktörü $\beta \cong 1$ alınabilir.

Analiz Giren akışkanın kapıya ulaşmadan önceki kısmındaki sıvı serbest yüzeyini 1 noktası olarak alalım ve kapıdan sonra akmaya devam eden akımın sıvı serbest yüzeyini 2 noktası olarak seçelim. Kanalın dip noktasını da referans noktası alalım, böylece 1 ve 2 noktalarının yükseklikleri sırasıyla y_1 ve y_2 olsun. 1 ve 2 noktaları arasındaki Bernoulli denklemi kurularak;

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+y_1=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+y_2 \quad \rightarrow \quad V_2^2-V_1^2=2\,\mathrm{g}(y_1-y_2) \qquad (1)$$

elde edilir. Akışın sıkıştırılamaz olduğu ve bu yüzden yoğunluğun sabit olduğunu kabul etmiştik. Dolayısıyla daimi akış için kütlenin korunumu yasası uygulanabilir ve aşağıda şekilde ifade edilir;

$$\dot{V}_1=\dot{V}_2=\dot{V} \quad \rightarrow \quad A_1V_1=A_2V_2=\dot{V} \quad \rightarrow \quad V_1=\frac{\dot{V}}{A_1}=\frac{\dot{V}}{wy_1} \quad \text{ve} \quad V_2=\frac{\dot{V}}{A_2}=\frac{\dot{V}}{wy_2} \qquad (2)$$

(1) denkleminde yerine koyarsak;

$$\left(\frac{\dot{V}}{wy_2}\right)^2-\left(\frac{\dot{V}}{wy_1}\right)^2=2g(y_1-y_2) \rightarrow \dot{V}=w\sqrt{\frac{2g(y_1-y_2)}{1/y_2^2-1/y_1^2}} \quad \rightarrow \dot{V}=wy_2\sqrt{\frac{2g(y_1-y_2)}{1-y_2^2/y_1^2}} \qquad (3)$$

(3) denklemini de (2) denkleminde yerine koyarsak hızlar için aşağıdaki ifadeler ortaya çıkar;

$$V_1=\frac{y_2}{y_1}\sqrt{\frac{2g(y_1-y_2)}{1-y_2^2/y_1^2}} \qquad \text{ve} \qquad V_2=\sqrt{\frac{2g(y_1-y_2)}{1-y_2^2/y_1^2}} \qquad (4)$$

Kontrol hacmini yanlardan giren ve çıkan akışkanın dik kesitlerinden, üstten sıvının serbest yüzeyinden, kapının suyla temas eden yüzeylerinden ve kanalın dibinden geçecek şekilde kapalı bir sıvı hacmi olarak kabul edelim. Bu kontrol hacmi için bir boyutlu daimi akıştaki momentum denklemi $\sum\vec{F}=\sum_{cikan}\beta\dot{m}\vec{V}-\sum_{giren}\beta\dot{m}\vec{V}$ 'dir. Yüzey sürtünmeleri ihmal edileceğinden dolayı kapıya etki eden kuvvet F_{Rx} yatay bir kuvvettir ve kapının suya uyguladığı kuvvetin tam ters yönündedir. Yan yüzeylerden gelen basınç kuvvetleri de, yan yüzeyin tam orta noktasındaki basıncın (yan yüzeyin alan merkezindeki basıncın) alan ile çarpılması ile elde edilir. Tüm bunlar dikkate alındığında x yönündeki momentum denklemi;

$$-F_{Rx}+P_1A_1-P_2A_2=\dot{m}V_2-\dot{m}V_1 \quad \rightarrow \quad -F_{Rx}+\left(\rho g\frac{y_1}{2}\right)(wy_1)-\left(\rho g\frac{y_2}{2}\right)(wy_2)=\dot{m}(V_2-V_1)$$

Yeniden düzenlenirse, kapıya etki eden kuvvet;

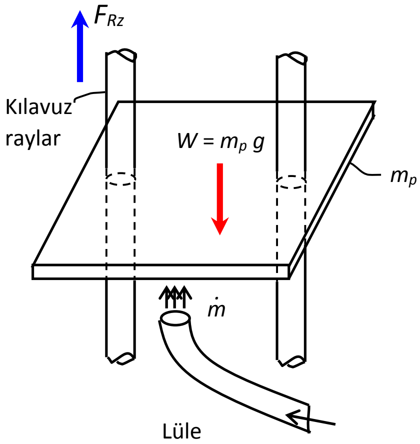
$$\boxed{F_{Rx}=\dot{m}(V_1-V_2)+\frac{w}{2}\rho g(y_1^2-y_2^2)} \qquad (5)$$

olur. V_1 ve V_2 denklem (4)'te verilmiştir.

İrdeleme Eğer $y_1 >> y_2$, olursa denklem (3), $\dot{V}=y_2w\sqrt{2gy_1}$ veya $V_2=\sqrt{2gy_1}$ şekline dönüşürdü. Bu denklem; bir tanktaki akışkanın, serbest yüzeyden y_1 mesafesindeki bir delikten akma hızını veya debisini veren Toricelli denklemidir.

6-70

Hemen hemen sürtünmesiz olan düşey kılavuz raylar, m_p kütleli bir plakayı, düşey yönde serbestçe kayabilecek şekilde, yatay konumda tutmaktadır. Bir lüle, A kesitine sahip bi su jetini plaklaların alt yüzeyine doğru yönlendirmektedir. Su jeti, plakanın alt yüzeyine, yukarıya doğru bir kuvvet uygulamakta ve su, plaka düzleminde etrafa dağılmaktadır. Su akışının kütlesel debisi $\dot{m}$ (kg/s) kontrol edilebilmektedir. Mesafeler kısa olduğu için, yükselen jetin hızının yükseklikle değişmeyip sabit kaldığı kabul edilebilir. (a) Plakayı sadece asılı tutabilmek için gerekli $\dot{m}_{min}$ minimum su debisini ve $\dot{m} > \dot{m}_{min}$ olduğunda plakanın yukarıya doğru sabit hızını veren bağıntıyı elde ediniz. (b) $t = 0$ anında plaka hareketsiz haldeyken $\dot{m} > \dot{m}_{min}$ olacak şekilde su jeti aniden açılmaktadır. Plakaya bir kuvvet dengesi uygulayarak, plaka hızını zamana bağlı olarak verecek integral ifadeyi elde ediniz (çözmeyiniz).



ÇÖZÜM Bir plaka dikey pozisyonda hareket edecek şekilde sürtünmesiz kılavuz raylar ile sabitlenmiştir. Plakanın altına bir su jeti çarpmaktadır. Plakayı olduğu yerde tutabilmek için gerekli olan minimum kütlesel debi $\dot{m}_{\min}$ ve plakanın daimi rejim halinde yukarıya doğru olan hızı hesaplanacaktır. Ayrıca lüle ilk açıldığında hızın zaman göre değişimi veren ifade elde edilecektir.

Kabuller **1** Akış tek boyutlu ve daimidir. **2** Su jetinin damlacıkları plaka yüzeyinden ayrılmaktadır. **3** Kılavuz rayları sürtünmesizdir. **4** Zaman aralığı çok kısadır dolayısıyla su jetinin hızı yükseklikle değişmemektedir. **5** t = 0 anında plaka sabittir. **6** Akış neredeyse uniformdur, bu yüzden momentum akısı düzeltme faktörü $\beta \cong 1$ alınabilir.

Analiz (*a*) Plakayı bir sistem olarak kabul edelim. Daimi ve tek boyutlu akış için momentum denklemi $\sum \vec{F} = \sum_{cikan} \beta \dot{m}\vec{V} - \sum_{giren} \beta \dot{m}\vec{V}$ olarak ifade edilir. $\dot{m} = \rho A V_J$ kütlesel debi, A jetin kesit alanıdır. $W = m_p g$ plakanın ağırlığıdır ve plakayı sabit tutmak için gerekli kuvvet olarak düşünüldüğünde bu kuvvetle beraber plakaya etkiyen net kuvvetlerin sıfır olması gerkemektedir.

$$-W = 0 - \dot{m}_{\min} V_J \quad \rightarrow \quad W = \dot{m}_{\min} V_J \;\rightarrow\; m_p g = \dot{m}_{\min}(\dot{m}_{\min} / A\rho) \rightarrow \quad \dot{m}_{\min} = \sqrt{\rho A m_p g}$$

$\dot{m} > \dot{m}_{\min}$ için su jetinin plakada oluşturduğu yukarı yönlü kuvvet ile plaka ağırlık kuvvetinin eşitliğinden V hızı elde edilir. (daimi harekette, plaka hızı V sabit, ve su jetinin plakaya göre bağıl hızı $V_J - V$ dir).

$$W = \dot{m}(V_J - V) \quad \rightarrow \quad m_p g = \rho A (V_J - V)^2 \quad \rightarrow \quad V_J - V = \sqrt{\frac{m_p g}{\rho A}} \quad \rightarrow \quad V = \frac{\dot{m}}{\rho A} - \sqrt{\frac{m_p g}{\rho A}}$$

(*b*) t = 0 anında plaka sabittir (V = 0) ve $\dot{m} > \dot{m}_{\min}$ olacak şekilde bir su jetine maruz kalır. Bu yüzden ilk anda su jetinin oluştuduğu kuvvet plakanın ağırlığından büyüktür ve bu kuvvet farkı plakanın yukarı yönde ivme kazanmasına neden olur. Newton'un ikinci yasası gereğince $F = ma = mdV/dt$ 'dir ve bu problem için aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

$$\dot{m}(V_J - V) - W = m_p a \quad \rightarrow \quad \rho A(V_J - V)^2 - m_p g = m_p \frac{dV}{dt}$$

Değişkenler ayrılırsa ve t = 0'da V = 0'dan $t = t$'de $V = V$'ye kadar ifadenin integrasyonu plaka hızını zamana bağlı olarak ifade eder.

$$\int_0^V \frac{m_p dV}{\rho A(V_J - V)^2 - m_p g} = \int_{t=0}^{t} dt \quad \rightarrow \quad \boxed{t = \int_0^V \frac{m_p dV}{\rho A(V_J - V)^2 - m_p g}}$$

İrdeleme İntegrali, bir integral tablosu yardımıyla integre edebilirsiniz.

6-59

Şekilde gösterilen bir hortumdan gelen 5 cm çapındaki su akımını yönlendiren lüleyi tutan üç-ayaklı bir sehpa gösterilmiştir. Suyla dolu halde lülenin kütlesi 10 kg'dır. Üç ayaklı sehpanın 1800 N'luk bir tutma kuvveti oluşabildiği bilinmektedir. Üç-ayaklı sehpanın yetersiz kaldığı bir anda lüle aniden kurtulmuş ve 60 cm arkasında duran itfaiyeciye çarpmıştır. Sizin, bu kazayı inceleme ile görevli bir uzman olduğunuzu düşününüz. Üç-ayaklı sehpayı test ettikten sonra, suyun debisi artırılınca sehpanın 1800 N'da devrildiğini saptadınız. Sonuç raporunuzda kazaya yol açan su hızı ve debisi ile lülenin itfaiyeciye çarptığı andaki hızını bildirmeniz istenmektedir.

ÇÖZÜM Üç ayaklı bir sehpada belirli bir kuvvet ile tutulan bir lüle fırlayarak itfaiyeciye çarpmıştır. Kaza; akış hızı, debi ve lülenin hızı hesaplanarak araştırılacaktır.

Kabuller **1** Akış daimi ve sıkıştırılamazdır. **2** Su jeti atmosfere açıktır dolayısıyla su jetinin basıncı atmosferik basınçtır. Atmosferik basınç tüm yüzeylere eşit etki ettiği için dikkate alınmayacaktır. **3** Yerçekimi ve dikey kuvvetler, yatay kuvvetler hesaplanacağı için dikkate alınmamıştır. **4** Akış neredeyse uniformdur, bu yüzden momentum akısı düzeltme faktörü $\beta \cong$ 1 alınabilir.

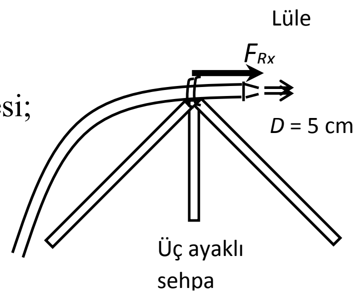
Özellikler Suyun yoğunluğu 1000 kg/m^3 olarak alınacaktır.

Analiz Lüleyi ve lülelin yatay kısmını sistemimiz olarak kabul edersek su kontrol hacmine dikey olarak girip yatay olarak çıkmış olur (böylece basınç kuvvetleri ve momentum akısı girişte dikey yönde olur ve yatay yöndeki kuvvet dengesine hiçbir etkisi olmaz). Giriş kısmını 1 ve çıkış kısmını 2 olarak numaralandıralım. Yatay ekseni x koordinatı olarak seçelim (akış yönü pozitif olacak şekilde). Tek boyutlu ve daimi akış için momentum denklemi $\sum \vec{F} = \sum_{cikan} \beta \dot{m}\vec{V} - \sum_{giren} \beta \dot{m}\vec{V}$ olarak ifade edilebilir. Üç ayaklı sehpanın lüleyi dengede tutmak için uyguladığı yatay kuvvete F_{Rx} diyelim ve pozitif x yönünde olduğunu varsayalım. Böylece x yönündeki momentum dengesi aşağıdaki hale gelir;

$$F_{Rx} = \dot{m}V_e - 0 = \dot{m}V = \rho AVV = \rho \frac{\pi D^2}{4} V^2 \quad \rightarrow \quad (1800\,\text{N})\left(\frac{1\,\text{kg}\cdot\text{m/s}^2}{1\,\text{N}}\right) = (1000\,\text{kg/m}^3)\frac{\pi(0.05\,\text{m})^2}{4} V^2$$

Denklem çözüldüğünde çıkış hızı ***V* = 30.3 m/s** bulunur. Böylece hacimsel debinin;

$$\dot{V} = AV = \frac{\pi D^2}{4} V = \frac{\pi(0.05\,\text{m})^2}{4}(30.3\,\text{m/s}) = \mathbf{0.0595\ m^3/s}$$



olduğu görülür. Lüle serbest kaldığında lülenin ivmesi;

$$a_{\text{lüle}} = \frac{F}{m_{\text{lüle}}} = \frac{1800\,\text{N}}{10\,\text{kg}}\left(\frac{1\,\text{kg}\cdot\text{m/s}^2}{1\,\text{N}}\right) = 180\,\text{m/s}^2$$

Lüleye etkiyen kuvvetler sabit olduğu için bu kuvvetlerin sabit bir ivmeye sebep oldupu görülmektedir. Lülenin 60 cm kadar bir yolu kat edebilmesi için temel fizik prensiplerinden yararlanabiliriz. (t = *0* anında V = *0* ve x = *0* kabul edersek).

$$x = \tfrac{1}{2}at^2 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2(0.6\,\text{m})}{180\,\text{m/s}^2}} = 0.0816\,s$$

$$V = at = (180\,\text{m/s}^2)(0.0816\text{s}) = \mathbf{14.7\ m/s}$$

Buradan lülenin itfaiyeciye 14.7 m/s hız ile çarptığı ortaya çıkmaktadır.

İrdeleme Bu problemde olduğu gibi yapılan mühendislik analizleri, iş kazalarının geriye dönük olarak incelenmesinde kullanılmakta ve zaman zaman mahkemelerde bilirkişi raporu olarak esas teşkil etmektedir.