

2015-2016 GÜZ DÖNEMİ AKIŞKANLAR MEKANİĞİ ÇÖZÜMLÜ SORULARI

Bölüm 5

Prof. Dr. Tahsin Engin

5-8 Bir saç kurutma makinası aslında içine birkaç sıra halinde elektrik rezistansı yerleştirilmiş sabit çaplı bir kanaldan oluşmaktadır. Küçük bir fan havayı içeri emer ve havayı ısıtan rezistansları üzerine doğru üfler. Havanın yoğunluğu girişte 1.20 kg/m^3 ve çıkışta 1.02 kg/m^3 olduğuna göre, saç kurutma makinasından geçen havanın hızındaki artışı belirleyiniz.

ÇÖZÜM Hava sabit çaplı bir kanalda ısıtıldığından dolayı ivmelenmekte ve genişlemektedir. Saç kurutma makinasının içerisinden geçen havanın yüzde artışı hesaplanacaktır.

Kabuller Akış daimidir.

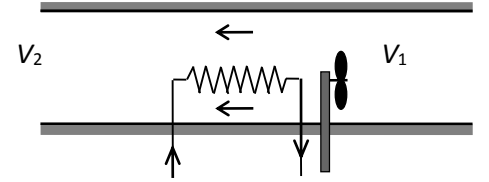
Özellikler Havanın yoğunluğu girişte 1.20 kg/m^3 , çıkışta ise 1.05 kg/m^3 olarak verilmiştir.

Analiz Sadece tek giriş ve çıkış olduğundan dolayı $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$ olur. Böylece,

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

$$\rho_1 AV_1 = \rho_2 AV_2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1.20 \text{ kg/m}^3}{1.05 \text{ kg/m}^3} = 1.14 \text{ (%14 artış)}$$



Böylece, hava hızının saç kurutma makinası içerisinde **%14** arttığı görülmektedir.

İrdeleme Yoğunluk azaldığı için hızın artması makuldür, fakat kütleli debi sabit kalmaktadır.

5-12 Bir masaüstü bilgisayar hacimsel debisi $0.34 \text{ m}^3/\text{dakika}$ olan bir fan ile soğutulacaktır. Hava yoğunluğunun 0.7 kg/m^3 olduğu 3400 m yükseklikte, fandan geçen kütleli debiyi belirleyiniz. Ayrıca, havanın ortalama hızının 110 m/dakika 'yı geçmesi istenmediğine göre fanın dış çapını belirleyiniz.

ÇÖZÜM Masaüstü bir bilgisayar yüksek rakımlı ve hava yoğunluğunun düşük olduğu bir ortamda soğutulacaktır. Fandan geçen havanın kütleli debisi ve istenen hızı sağlamak için gerekli olan fan çapı belirlenecektir.

Kabuller Fandaki akış daimidir.

Özellikler Yüksek rakımdaki hava yoğunluğu 0.7 kg/m^3 olarak verilmiştir.

Analiz Havanın kütleli debisi;

$$\dot{m}_{\text{hava}} = \rho \dot{V}_{\text{hava}} = (0.7 \text{ kg/m}^3)(0.34 \text{ m}^3/\text{dak}) = 0.238 \text{ kg/dak} = \mathbf{0.0040 \text{ kg/s}}$$

Eğer ortalama akış hızı 110 m/dakika ise, fanın çapı;

$$\dot{V} = AV = \frac{\pi D^2}{4} V \rightarrow D = \sqrt{\frac{4\dot{V}}{\pi V}} = \sqrt{\frac{4(0.34 \text{ m}^3/\text{dak})}{\pi(110 \text{ m/dak})}} = \mathbf{0.063 \text{ m}}$$

Böylece ortalama hızın 110 m/dakika'yı geçmemesi için fanın kasasının çapının **en az 6.3 cm** olması gerekmektedir.

İrdeleme Bu problem, mühendislik tasarımlarının belirli kısıtları sağlayarak oluşturulduğunu göstermektedir.

5-20 Daimi olarak 1500 kg/s debi ile su sağlayabilen büyük bir su haznesinin 70 m aşağısında, bir hidrolik türbin-jeneratör grubu kurularak elektrik enerjisi üretilecektir. Türbinin mekanik güç üretimi 800 kW ve elektrik gücü üretimi 750 kW olduğuna göre, tesisin türbin verimini ve birleşik türbin-jeneratör verimini belirleyiniz. Borudaki kayıpları ihmal ediniz.

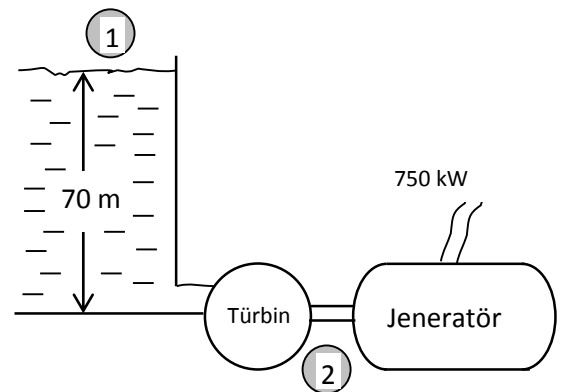
ÇÖZÜM Hidrolik bir türbin-jeneratör grubu büyük bir su haznesinden elektrik üretmektedir. Türbin-Jeneratör grubunun verimi ve türbin verimi hesaplanacaktır.

Kabuller 1 Su haznesinin yüksekliği sabit kalmaktadır. 2 Türbinin çıkışındaki akışkanın mekanik enerjisi ihmal edilmektedir.

Analiz Su haznesinin sıvı serbest yüzeyini (1) noktası ve türbinin çıkışındaki noktayı (2) noktası olarak alalım. Türbin çıkışındaki yüksekliği de referans yüksekliği olarak kabul edilim. ($z_2 = 0$), böylece (1) ve (2) noktalarındaki potansiyel enerji $pe_1 = gz_1$ ve $pe_2 = 0$ olur. Akış enerjisi P/ρ her iki nokta için de sıfırdır çünkü iki nokta da atmosfere açıktır ($P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$). Aynı zamanda bu iki nokta için kinetik enerji de sıfırdır, çünkü (1) noktasında akışkan hareketsizdir ve türbin çıkışındaki kinetik enerji ihmal edilecek kadar küçüktür. ($ke_1 = ke_2 = 0$). (1) nolu noktada potansiyel enerji

$$pe_1 = gz_1 = (9.81 \text{ m/s}^2)(70 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kJ/kg}}{1000 \text{ m}^2/\text{s}^2} \right) = 0.687 \text{ kJ/kg}$$

Böylece akışkandan türbine aktarılan mekanik enerji miktarı;



$$\begin{aligned}
|\Delta \dot{E}_{\text{mek, akiskan}}| &= \dot{m}(e_{\text{mekanik, giren}} - e_{\text{mekanik, cikan}}) = \dot{m}(pe_1 - 0) = \dot{m}pe_1 \\
&= (1500 \text{ kg/s})(0.687 \text{ kJ/kg}) \\
&= 1031 \text{ kW}
\end{aligned}$$

Türbin-jeneratör bileşik ve türbin verimi aşağıdaki formüllerden elde edilir.

$$\eta_{\text{turbine-gen}} = \frac{\dot{W}_{\text{elektrik, cikis}}}{|\Delta \dot{E}_{\text{mek, akiskan}}|} = \frac{750 \text{ kW}}{1031 \text{ kW}} = 0.727 \text{ or } \mathbf{72.7\%}$$

$$\eta_{\text{turbine}} = \frac{\dot{W}_{\text{mil, cikis}}}{|\Delta \dot{E}_{\text{mek, akiskan}}|} = \frac{800 \text{ kW}}{1031 \text{ kW}} = 0.776 \text{ or } \mathbf{77.6\%}$$

Böylece su haznesinin 1031 kW mekanik enerjiyi türbine aktardığı, bu enerjinin 800 kW kadarının mile aktarıldığı ve buradan da 750 kW elektrik üretildiği görülmektedir.

İrdeleme Bu problem türbin girişinin (1) ve potansiyel enerji yerine akım enerjisinin kullanılması ile de çözülebilir. Türbin girişindeki akım enerjisi, hazne sıvı serbest yüzeyindeki potansiyel enerjiye eşit olduğundan sonuç aynı olacaktır.

5-6 Bir bahçe hortumu ile 80 litrelik boş bir kova su ile doldurulacaktır. Hortumun çapı 4 cm ise ve hortumun ucunda 2 cm'ye daralıyorsa ve hortumdaki akış hızı 2 m/s ise (a) hortumdan geçen akışkanın hacimsel ve kütleli debileri (b) kovanın dolma süresi ve (c) hortum çıkışındaki akış hızını bulunuz?

ÇÖZÜM Bir bahçe hortumu ile bir kova su ile doldurulacaktır. Suyun hacimsel ve kütleli debisi, dolma süresi ve çıkış hızı hesaplanacaktır.

Kabuller 1 Su sıkıştırılmaz bir akışkandır. 2 Boru boyunca akış daimidir. 3 Su sıçrayarak kova dışına taşmamaktadır.

Özellikler Suyun yoğunluğunu 1000 kg/m³ alabiliriz.

Analiz (a) Suyun kütleli ve hacimsel debileri;

$$V = AV = \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)V = \left(\frac{\pi(0.04 \text{ m})^2}{4}\right)(2 \text{ m/s}) = 2.513 \text{ lt/s}$$

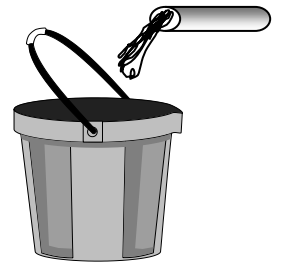
$$\dot{m} = \rho \dot{V} = (1000 \text{ kg/m}^3)(2.513 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}) = \mathbf{2.513 \text{ kg/s}}$$

(b) 80 litrelik kovanın dolma süresi;

$$\Delta t = \frac{V}{\dot{V}} = \frac{80 \text{ lt}}{2.513 \text{ lt/s}} = \mathbf{31.83 \text{ s}}$$

(c) Hortum çıkışındaki akış hızı;

$$V_e = \frac{\dot{V}}{A_\zeta} = \frac{\dot{V}}{\pi D_\zeta^2 / 4} = \frac{2.513 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{[\pi(0.02)^2 / 4]} = \mathbf{7.999 \cong 8 \text{ m/s}}$$



İrdeleme Dikkat edilirse belirli bir debi için hortumdaki ortalama hız çapın karesi ile ters orantılıdır. Bu yüzden çap yarıya düştüğünde hız dörde katlanmaktadır.

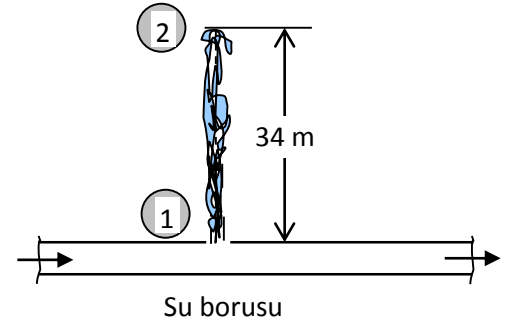
5-39 Soğuk iklimlerde, su boruları buz tutabilir ve uygun önlemler alınmazsa patlayabilir. Böyle bir olayda, toprak altındaki bir borunun açıkta kalan kısmı patlıyor ve su 34 m yükseğe fıskırıyor. Borudaki suyun etkin basıncını hesaplayınız. Yaptığınız kabulleri belirtiniz ve gerçek basıncın hesapladığımız değerden daha mı düşük yoksa daha mı yüksek olacağını tartışınız.

ÇÖZÜM Su boruları buz tuttukları için patlayabilir ve borunun içerisindeki su belirli bir yüksekliğe fırlayabilir. Borudaki suyun etkin basıncı hesaplanacaktır.

Kabuller **1** Akış daimi, sıkıştırılamaz ve sürtünme etkileri ihmal edilecek şekilde dönümsüzdür (böylece Bernoulli denklemi uygulanabilir) **2** Patlamanın olduğu yerdeki su basıncı ana tesisattaki su basıncına eşittir. **3** Hava ve su arasındaki sürtünme ihmal edilmiştir. **4** Patlamanın olduğu bölgede ani genişlemeden dolayı oluşabilecek tersinmezlikler ihmal edilmiştir.

Özellikler Suyun yoğunluğu 1000 kg/m^3 olarak alınmıştır.

Analiz Bu problem akış enerjisi, kinetik enerji ve potansiyel enerjilerin herhangi bir dış iş (pompa, türbin veya büyük sürtünme kayıplarına yol açan elemanlar) olmadan birbirlerine dönüşmesini içermektedir. Bu yüzden Bernoulli denklemi uygulayabiliriz. Yukarıdaki tüm kabuller ışığında su yüksekliğini maksimum olmalıdır. Boru içerisindeki hız nisbeten küçüktür ($V_1 \cong 0$) ve suyun dışarıya fırladığı nokta referans noktası ($z_1 = 0$) olarak alınabilir. Suyun en üst noktasında ise $V_2 = 0$ 'dır ve akışkan atmosferik basınçtır. Böylece Bernoulli denklemi aşağıdaki şekilde sadeleşebilir.



$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_{atm}}{\rho g} + z_2 \rightarrow \frac{P_1 - P_{atm}}{\rho g} = z_2 \rightarrow \frac{P_{1,etkin}}{\rho g} = z_2$$

$P_{1,etkin}$ değeri hesaplanıp yerine konulursa;

$$P_{1,gage} = \rho g z_2 = (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(34 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kPa}}{1 \text{ kN/m}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = \mathbf{334 \text{ kPa}}$$

Böylece, ana borudaki basıncın en az atmosfer basıncının 334 kPa üzerinde olması gerekmektedir.

İrdeleme Bernoulli denklemi ile elde ettiğimiz sonuç bir sınır değeridir (Çünkü sürtünme kayıpları ihmal edilmektedir) ve doğru yorumlanmalıdır. Buradaki sonuç bize borudaki etkin basıncın 334 kPa'dan asla küçük olamayacağını (alt sınır olduğunu) ve gerçek basıncın bu değerden çok daha büyük olması gerektiğini söylemektedir.

5-50 Bir uçak 12000 irtifada uçmaktadır. Uçağın hızı 200 km/h olduğuna göre uçağın burnunda bulunan durma noktasındaki basıncı hesaplayınız. hız 1050 km/h olsaydı bu problemi nasıl çözerdiniz? Açıklayınız.

ÇÖZÜM Bir uçak belirli bir irtifada ve belirli bir hızda uçmaktadır. Uçağın burnundaki durma noktasındaki basınç hesaplanacaktır ve yüksek hızlarda aynı noktadaki basıncı bulmak için nasıl bir yaklaşım geliştirilmesi gerektiği tartışılacaktır.

Kabuller 1 Uçaktaki hava akışı daimi, sıkıştırılmaz ve sürtünme etkileri ihmal edilen bir dönümsüz akıştır (Böylece Bernoulli denklemi uygulanabilir) 2 Standart atmosferik şartlar geçerlidir. 3 Rüzgar etkileri ihmal edilmiştir.

Özellikler 12,000 m yükseklikte atmosferdeki havanın yoğunluğu $\rho = 0.312 \text{ kg/m}^3$ 'dir.

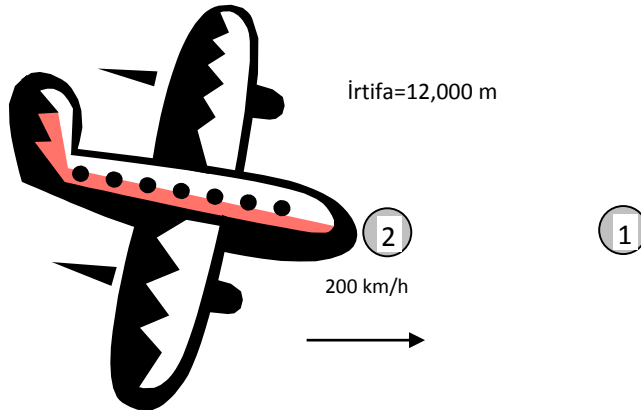
Analiz Uçağın hemen burnu ile aynı mesafede ve burunun belirli bir miktar ilerisinde bulunan noktayı 1 ve burun üzerinde akışın durduğu noktayı 2 kabul edelim. 2 noktasının durma noktası olduğu ve bu yüzden $V_2 = 0$ olması gerektiği ve dikey mesafelerin eşit olduğu ($z_1 = z_2$) dikkate alınırsa 1 ve 2 noktaları arasındaki Bernoulli denklemi;

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} \rightarrow \frac{V_1^2}{2} = \frac{P_{durma} - P_{atm}}{\rho} = \frac{P_{durma,etkin}}{\rho}$$

olur. $P_{durma,etkin}$ çözümlenerek yerine konulursa;

$$P_{durma,etkin} = \frac{\rho V_1^2}{2} = \frac{(0.312 \text{ kg/m}^3)(200/3.6 \text{ m/s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 481 \text{ N/m}^2 = \mathbf{481 \text{ Pa}}$$

olur. $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ ve $1 \text{ m/s} = 3.6 \text{ km/h}$ 'dir.



İrdeleme 1050 km/h = 292 m/s olan bir uçuş hızı 0.3'ten daha büyük bir Mach sayısına tekabül eder (Oda koşullarında ses hızı 340 m/s'dir ve yüksek irtifada daha da düşüktür. Bu koşullarda Mach sayısı en az $292/340 = 0.86$ olmalıdır). Bu sebeplerden dolayı akış, sıkıştırılamaz bir akış olarak kabul edilemez ve dolayısıyla Bernoulli denklemi kullanılmaz. Fakat bu problem izentropik akış için sıkıştırılabilirlik etkilerinin dikkate alındığını Bernoulli denkleminin biraz değiştirilmiş bir formu ile çözülebilir.

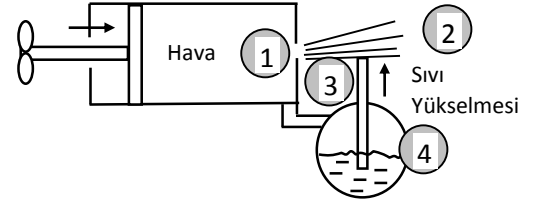
5-58 Bir bisiklet pompası, boya veya böcek zehiri sisi oluşturmak için; havayı küçük bir delikten yüksek hızda geçmeye zorlamak ve bir sıvı haznesi ile delik arasına kısa bir tüp yerleştirmek suretiyle, püskürtücü olarak kullanılabilir. Burada, yüksek hızlı hava jetinin düşük basıncı nedeniyle sıvı tüpten yukarı doğru çekilir. Böyle bir püskürtücüde, delik çapı 0.3 cm, tüpteki sıvı seviyesi ile delik arasındaki düşey mesafe 10 cm ve hava pompasının çapı ve stroğu sırasıyla, 5 cm ve 20 cm'dir. Atmosfer koşulları 20 C ve 95 kPa olduğuna göre, püskürtme etkisini başlatabilmek için pistonun silindir içindeki minimum hareket hızını belirleyiniz. Sıvı haznesi atmosfere açıktır.

ÇÖZÜM Sıvı haznesi ile beraber bir bisiklet pompası havayı yüksek hızlarda küçük bir delikten geçiren bir püskürtücü olarak kullanılıyor. Pistonun püskürtmeyi gerçekleştirebilmesi için gerekli olan minimum hız hesaplanacaktır.

Kabuller 1 Havanın ve suyun akışı daimi, sıkıştırılamaz, sürtünme etkileri ihmal edilecek şekilde dönümsüzdür (Böylece Bernoulli denklemi uygulanabilir) 2 Hava ideal gazdır. 3 Sıvı haznesi atmosfere açıktır. 4 Alet yatay bir şekilde tutulmaktadır. 5 Tüpün içindeki su hızı yavaştır.

Özellikler Suyun yoğunluğu $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ alınacaktır. İdeal gaz sabiti $R = 0.287 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K}$ 'dir.

Analiz Delik çıkışındaki noktayı 1, ve delikten uzaktaki yatay çizgi üzerindeki hızın sıfıra yaklaştığı bir noktayı 2 noktası kabul edelim. 3 noktası hava akımına maruz kalan sıvı noktası (dolayısıyla 2 ve 3 noktaları çakışmakta) ve 4 noktası sıvı haznesindeki suyun serbest yüzeyi olsun ($P_2 = P_4 = P_{atm}$ and $P_1 = P_3$). Deliğin yüksekliği referans yükseklik kabul edilirse $z_1 = z_2 = z_3 = 0$ ve $z_4 = -h$ olur. $V_{2,hava} \cong V_{3,su} \cong V_{4,su} \cong 0$ olduğu dikkate alınırsa hava ve su için Bernoulli denklemleri aşağıdaki şekillerde olur (dikkat edilirse 3 noktasında basınç akışkanın hızından dolayı düşmekte ve su sütununu h kadar yukarı kaldırabilmektedir).



$$\text{Su (3-4): } \frac{P_3}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 = \frac{P_4}{\rho g} + \frac{V_4^2}{2g} + z_4 \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_{atm}}{\rho g} + (-h) \rightarrow P_1 - P_{atm} = -\rho_{water} gh \quad (1)$$

$$\text{Hava (1-2): } \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_{atm}}{\rho g} \rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2(P_{atm} - P_1)}{\rho_{hava}}} \quad (2)$$

ve

$$\rho_{hava} = \frac{P}{RT} = \frac{95 \text{ kPa}}{(0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(20 + 273 \text{ K})} = 1.13 \text{ kg/m}^3$$

(1) ve (2) denklemleri birleştirilir ve sayısal değerler yerine konulursa;

$$V_1 = \sqrt{\frac{2(P_{atm} - P_1)}{\rho_{air}}} = \sqrt{\frac{2\rho_{su}gh}{\rho_{hava}}} = \sqrt{\frac{2(1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.1 \text{ m})}{1.13 \text{ kg/m}^3}} = 41.7 \text{ m/s}$$

Havanın akışı daimi ve sıkıştırılmaz kabul edilirse, hava için kütle korunumu denklemi yazılarak;

$$\dot{V}_{piston} = \dot{V}_{delik} \rightarrow V_{piston}A_{piston} = V_{delik}A_{delik} \rightarrow V_{piston} = \frac{A_{delik}}{A_{piston}} V_{delik} = \frac{\pi D_{delik}^2 / 4}{\pi D_{piston}^2 / 4} V_1$$

elde edilir. Sadeleştirilir ve yerine konulursa, piston hızı;

$$V_{piston} = \left(\frac{D_{delik}}{D_{piston}} \right)^2 V_1 = \left(\frac{0.3 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} \right)^2 (41.7 \text{ m/s}) = \mathbf{0.15 \text{ m/s}}$$

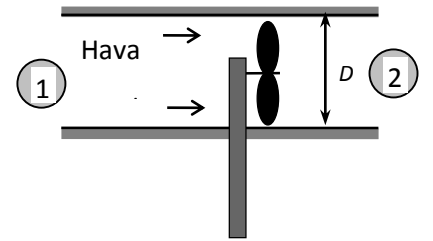
olarak bulunur.

İrdeleme Gerçekte pistonun hızı kayıpları yenebilmek için daha büyük olmalıdır. Ayrıca delik çapı küçültülürse daha düşük bir piston hızı ile de aynı işlem gerçekleştirilebilir.

5-73 2 m x 2 m x 3 m ebatlarındaki bir banyoyu havalandırmak üzere bir fan seçilecektir. Titreşim ve gürültüyü en aza indirmek için hava hızının 8 m/s'yi geçmemesi isteniyor. Kullanılacak fan-motor grubunun toplam verimi yüzde 50 alınabilir. Fanın odadaki tüm havayı 10 dakikada değiştirmesi istendiğine göre (a) satın alınacak fan-motor grubunun Watt birimindeki gücü (b) fanın dış çapı (c) fanın giriş ve çıkışı arasındaki basınç farkını belirleyiniz. Hava yoğunluğunu 1.25 kg/m³ alınız ve kinetik enerji düzeltme faktörlerinin etkisini göz ardı ediniz.

ÇÖZÜM Hava hızının belirli bir sınırı geçmemesi kaydıyla bir banyo her 10 dakikada bir içerisindeki tüm hava değişecek şekilde havalandırılacaktır. Fan-motor grubunun elektrik tüketimi, fanın çapı ve fanın oluşturduğu basınç farkı hesaplanacaktır.

Kabuller 1 Akış daimi ve sıkıştırılmazdır. 2 Akış boyunca sürtünme kayıpları ihmal edilecektir (Fan-motor grubunun kayıpları hariç). 3 Fan yatay bir ekseninde dönmektedir ve akım yönü boyunca $z = \text{sabittir}$ (veya, havanın düşük yoğunluğundan dolayı yükseklik etkileri ihmal edilebilir). 4 Kinetik enerji düzeltme faktörü ihmale edilebilir $\alpha = 1$.



Özellikler The density of air is given to be 1.25 kg/m³.

Analiz (a) Banyonun içindeki havanın hacmi $V = 2 \text{ m} \times 3 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 18 \text{ m}^3$ dir. Öyleyse fan içerisinden geçen havanın hacimsel ve kütleli debisi sırasıyla;

$$\dot{V} = \frac{V}{\Delta t} = \frac{18 \text{ m}^3}{10 \times 60 \text{ s}} = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = (1.25 \text{ kg/m}^3)(0.03 \text{ m}^3/\text{s}) = 0.0375 \text{ kg/s}$$

olmalıdır. 1 ve 2 noktalarını sırasıyla fanın giriş ve çıkış noktaları olarak seçelim. 1 noktası fandan yeteri kadar uzakta ve $P_1 = P_{\text{atm}}$ olduğu, aynı zamanda akım hızlarının ihmal edildiği ($V_1 = 0$) bir yer olsun. 2 noktası $P_2 = P_{\text{atm}}$ olsun. Böylece kontrol hacmi boyunca 1 ve 2 noktaları arasındaki enerji denklemi aşağıdaki hale indirgenir;

$$\dot{m} \left(\frac{P_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2} + g z_1 \right) + \dot{W}_{\text{pompa}} = \dot{m} \left(\frac{P_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + g z_2 \right) + \dot{W}_{\text{türbin}} + \dot{E}_{\text{mekanik,kayıplar}} \rightarrow$$

$$\dot{W}_{\text{fan, f}} = \dot{m} \alpha_2 \frac{V_2^2}{2}$$

Bu problem için $\dot{E}_{\text{mech, kayıplar}} = \dot{E}_{\text{mekanik kayıplar, pompa}}$ olduğundan $\dot{W}_{\text{pump, f}} = \dot{W}_{\text{pompa}} - \dot{E}_{\text{mekanik kayıplar, pompa}}$ olarak ifade edilir. İfadeler yerine konulursa,

$$\dot{W}_{\text{fan, f}} = \dot{m} \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} = (0.0375 \text{ kg/s})(1.0) \frac{(8 \text{ m/s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ W}}{1 \text{ N} \cdot \text{m/s}} \right) = 1.2 \text{ W}$$

ve

$$\dot{W}_{\text{fan, elektrik}} = \frac{\dot{W}_{\text{fan, faydalı}}}{\eta_{\text{fan-motor}}} = \frac{1.2 \text{ W}}{0.5} = \mathbf{2.4 \text{ W}}$$

Böylece fan-motor grubunun elektrik tüketiminin 2.4 W olması gerektiği görülmektedir.

(b) Hava hızının belirlenen değerin altında olması için fan çapının aşağıdaki şartı sağlaması gerekmektedir;

$$\dot{V} = A_2 V_2 = (\pi D_2^2 / 4) V_2 \rightarrow D_2 = \sqrt{\frac{4 \dot{V}}{\pi V_2}} = \sqrt{\frac{4(0.03 \text{ m}^3/\text{s})}{\pi(8 \text{ m/s})}} = 0.069 \text{ m} = \mathbf{6.9 \text{ cm}}$$

(c) Fan boyunca gerçekleşen basınç farkını hesaplamak için fanın hemen iki yanında olan yatay düzlemde 3 ve 4 noktaları belirleyelim. Fanın girmiş olduğu kesitin boru ile aynı çapta ve boru kayıpların ihmal edilmesi ile $z_3 = z_4$ and $V_3 = V_4$ kabul edilebilir (fanın mekanik kayıpları hariç, bu kayıplar fanın verim ifadesinde hesaplanmaktadır). Tüm bunlar dikkate alındığında enerji denklemi aşağıdaki şekle indirgenebilir;

$$\dot{m} \frac{P_3}{\rho} + \dot{W}_{\text{fan, f}} = \dot{m} \frac{P_4}{\rho} \rightarrow P_4 - P_3 = \frac{\dot{W}_{\text{fan, f}}}{\dot{m} / \rho} = \frac{\dot{W}_{\text{fan, f}}}{\dot{V}}$$

$$\text{İfadeler yerine konulursa, } P_4 - P_3 = \frac{1.2 \text{ W}}{0.03 \text{ m}^3/\text{s}} \left(\frac{1 \text{ N} \cdot \text{m/s}}{1 \text{ W}} \right) = 40 \text{ N/m}^2 = \mathbf{40 \text{ Pa}}$$

Böylece fanın; akışkanın basıncını, tahliye etmeden önce 40 Pa artırdığı görülmektedir.

İrdeleme Dikkat edilirse harcanan elektrik enerjisinin sadece yarısı fan-motor grubunda mekanik enerjiye dönüştürülmüştür. Geriye kalan enerji ise sistemin kayıplarından dolayı ısıya dönüşmektedir.

5-77 Su, çapı bir redüksiyon ile 15 cm'den 8 cm'ye düşürülen yatay bir boru içerisinde 0.035 m³/s'lik debi ile akmaktadır. Borunun merkezindeki basınç, redüksiyondan önce ve sonra sırasıyla 470 kPa ve 440 kPa olarak ölçüldüğüne göre redüksiyondaki tersinmez yük kaybını hesaplayınız. Kinetik enerji düzeltme faktörünü 1.05 alınız.

ÇÖZÜM Su sabit bir debi ile yatay bir boruda akarken boru çapı düşürülmektedir. Boru çapı düşürülmeden önce ve sonra basınçlar ölçülmüştür. Yük kaybı hesaplanacaktır.

Kabuller 1 Akış daimi ve sıkıştırılamazdır. 2 Boru yataydır. 3 Kinetik enerji düzeltme faktörü $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = 1.05$ 'tir.

Özellikler Suyun yoğunluğu $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ olarak verilmiştir.

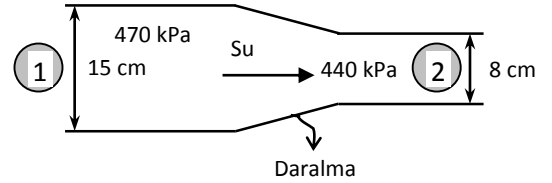
Analiz 1 ve 2 noktalarını sırasıyla borunun ekseninde daralmadan önceki ve sonraki noktalar olarak alalım. $z_1 = z_2$ olduğunu dikkate alarak bir kontrol hacmine giren daimi ve sıkıştırılamaz akış için enerji denklemini yazarsak;

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pompa,f}} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{türbin,ç}} + h_{\text{kayıp}} \rightarrow h_L = \frac{P_1 - P_2}{\rho g} + \frac{\alpha(V_1^2 - V_2^2)}{2g}$$

böylece

$$V_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{\dot{V}}{\pi D_1^2 / 4} = \frac{0.035 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0.15 \text{ m})^2 / 4} = 1.98 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2^2 / 4} = \frac{0.035 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0.08 \text{ m})^2 / 4} = 6.96 \text{ m/s}$$



Yerine koyarsak, daralma sonrası oluşan yük kaybı aşağıdaki hale gelir;

$$h_{\text{kayıp}} = \frac{(470 - 440) \text{ kPa}}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)} \left(\frac{1 \text{ kN/m}^2}{1 \text{ kPa}} \right) \left(\frac{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ kN}} \right) + \frac{1.05 [(1.98 \text{ m/s})^2 - (6.96 \text{ m/s})^2]}{2(9.81 \text{ m/s}^2)}$$

$$= 3.06 - 2.38 = \mathbf{0.68 \text{ m}}$$

İrdeleme Dikkat edilirse 0.68 m'lik kayıp sürtünme etkilerinden gerçekleşirken 2.38 m'lik bir enerji, kinetik enerjiye dönüşmektedir. Yük kaybı ile kaybolan enerji miktarı;

$$\dot{E}_{\text{mekanik kayıplar, boru}} = \rho \dot{V} g h_{\text{kayıp}} = (1000 \text{ kg/m}^3)(0.035 \text{ m}^3/\text{s})(9.81 \text{ m/s}^2)(0.79 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ W}}{1 \text{ N} \cdot \text{m/s}} \right) = \mathbf{271 \text{ W}}$$

5-81 Su 3 cm çapındaki yatay bir borudan 20 lt/s debi ile akmaktadır. Boru içerisindeki bir vanada meydana gelen basınç düşüşü 2 kPa olarak ölçülmektedir. Vananın tersinmez yük

kaybını ve meydana gelen basınç düşüşünü yenmek için gereken faydalı pompa gücünü hesaplayınız.

ÇÖZÜM Su yatay bir boruda belirli bir debi ile akmaktadır. Boru boyunca gerçekleşen basınç kaybı hesaplanacaktır. İlgili yük kaybı ve bu yük kaybını yenmek için gerekli olan güç hesaplanacaktır.

Kabuller 1 Akış daimi ve sıkıştırılmazdır. 2 Boru yatay eksendedir (böylece boru boyunca yükseklik farkı yoktur ve potansiyel enerji dikkate alınmaz). 3 Boru çapı sabit olduğu için giriş ve çıkıştaki ortalama hızlar eşittir.

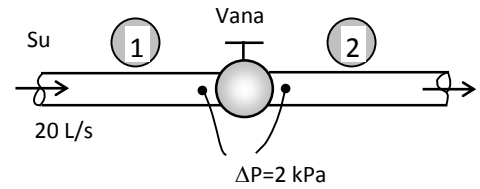
Özellikler Suyun yoğunluğu $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ 'dür.

Analiz Vanayı bir kontrol hacmi olarak alalım. 1 v 2 noktaları sırasıyla giriş ve çıkış noktaları olsun. $z_1 = z_2$ ve $V_1 = V_2$ olduğu dikkate alınırsa daimi ve sıkıştırılmaz akış için enerji denklemi;

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pompa},f} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{türbin},\zeta} + h_{\text{kayıp}} \quad \rightarrow \quad h_{\text{kayıp}} = \frac{P_1 - P_2}{\rho g}$$

haline gelir. İfadeler yerine konulursa;

$$h_L = \frac{2 \text{ kN/m}^2}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)} \left(\frac{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ kN}} \right) = \mathbf{0.204 \text{ m}}$$



Bu yük kaybını yenmek için gerekli olan faydalı pompa işi;

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\text{pompa},f} &= \dot{m}gh_{\text{kayıp}} = \rho \dot{V}gh_{\text{kayıp}} \\ &= (1000 \text{ kg/m}^3)(0.020 \text{ m}^3/\text{s})(9.81 \text{ m/s}^2)(0.204 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ W}}{1 \text{ N} \cdot \text{m/s}} \right) = \mathbf{40 \text{ W}} \end{aligned}$$

Görüldüğü üzere, vanada 0.204 m'lik bir yük kaybı oluşmaktadır ve bu kaybı yenmek için akışkana 40 W'lık faydalı güç aktarabilecek bir pompaya ihtiyaç duyulmaktadır. Gerçekte pompanın mekanik kayıpları var olduğundan dolayı pompanın gücü $\frac{40 \text{ W}}{\eta_{\text{pompa}}}$ olmalıdır.

İrdeleme Gerekli olan faydalı güç aşağıdaki şekilde de hesaplanabilir;

$$\dot{W}_{\text{pump}} = \dot{V}\Delta P = (0.020 \text{ m}^3/\text{s})(2000 \text{ Pa}) \left(\frac{1 \text{ W}}{1 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}} \right) = \mathbf{40 \text{ W}}$$

5-86 Bir yağ pompası 860 kg/m^3 yoğunluğundaki yağı, $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ 'lik debi ile basarken, 35 kW elektrik gücü çekmektedir. Pompanın giriş ve çıkış borularının çapları sırasıyla, 8 cm ve 12 cm'dir. Pompada meydana gelen basınç artışı 400 kPa ve motor verimi yüzde 90 olduğuna göre, pompanın mekanik verimini belirleyiniz. Kinetik enerji düzeltme faktörünü 1.05 alınız.

ÇÖZÜM Bir pompa sabir bir debi ile yağ pompalamaktadır. Pompanın içerisinde yağın basıncında gerçekleşen artış hesaplanacak ve motor verimliliği ölçülecektir. Pompanın mekanik verimi hesaplanacaktır.

Kabuller 1 Akış daimi ve sıkıştırılmazdır. 2 Pompadaki yükseklik farkı ihmal edilmektedir. 3 Pompadaki bütün kayıplar pompa verimi ifadesinde dikkate alınmıştır ve $h_{kayıp} = 0$ 'dır. 4 Kinetik enerji düzeltme faktörü $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = 1.05$ 'tir.

Özellikler Yağın yoğunluğu $\rho = 860 \text{ kg/m}^3$ olarak verilmiştir.

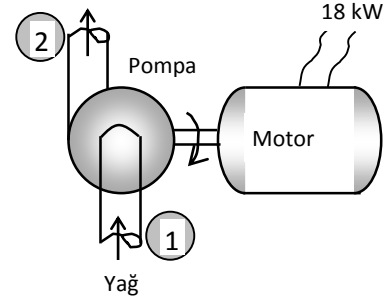
Analiz 1 ve 2 noktalarını sırasıyla pompanın giriş ve çıkış noktaları alalım. $z_1 = z_2$ olduğu dikkate alınırsa enerji denklemi aşağıdaki şekle indirgenir;

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pompa},f} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{türbin},\zeta} + h_{\text{kayıp}} \rightarrow h_{\text{pompa},f} = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + \frac{\alpha(V_2^2 - V_1^2)}{2g}$$

Hız ifadeleri ise;

$$V_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{\dot{V}}{\pi D_1^2 / 4} = \frac{0.1 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0.08 \text{ m})^2 / 4} = 19.9 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2^2 / 4} = \frac{0.1 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0.12 \text{ m})^2 / 4} = 8.84 \text{ m/s}$$



İfadeler yerine konularsa, gereken faydalı pompa yükü ve buna bağlı olarak gerekli faydalı pompa gücü;

$$h_{\text{pompa},f} = \frac{400,000 \text{ N/m}^2}{(860 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)} \left(\frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ N}} \right) + \frac{1.05[(8.84 \text{ m/s})^2 - (19.9 \text{ m/s})^2]}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 47.4 - 17.0 = 30.4 \text{ m}$$

$$\dot{W}_{\text{pompa},f} = \rho \dot{V} g h_{\text{pompa},f} = (860 \text{ kg/m}^3)(0.1 \text{ m}^3/\text{s})(9.81 \text{ m/s}^2)(30.4 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kN} \cdot \text{m/s}} \right) = 25.6 \text{ kW}$$

Böylece pompayı döndürmek için gerekli olan mil gücü ve mekanik verim aşağıdaki şekilde hesaplanır;

$$\dot{W}_{\text{pompa},\text{mil}} = \eta_{\text{motor}} \dot{W}_{\text{pompa},\text{elektrik}} = (0.90)(35 \text{ kW}) = 31.5 \text{ kW}$$

$$\eta_{\text{pompa}} = \frac{\dot{W}_{\text{pompa},f}}{\dot{W}_{\text{pompa},\text{mil}}} = \frac{25.6 \text{ kW}}{31.5 \text{ kW}} = 0.813 = \%81.3$$

İrdeleme Pompa-motor grubunun toplam verimi motor verimi ve mekanik verim ifadelerinin toplamıdır: $0.9 \times 0.813 = 0.73 = \%73$

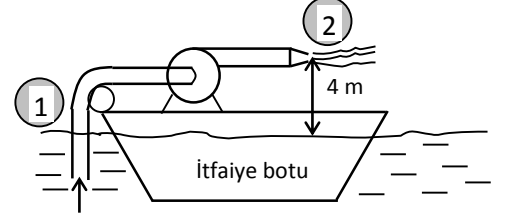
5-88 Bir deniz itfaiye botu 1030 kg/m^3 yoğunluğundaki deniz suyunu $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ debi ile 20 cm çapındaki boru ile çekmek ve çıkış çapı 5 cm olan bir hortum fiskiyesi ile boşaltmak suretiyle kıyı kesimlerindeki yangınlarla mücadele ediyor. Toplam tersinmez yük kaybı 3 m 'dir ve fiskiye deniz seviyesinden 4 m yükseklikte bulunmaktadır. Pompa verimi yüzde 70 olduğuna göre, pompaya verilmesi gereken mil gücünü ve suyun boşalma hızını belirleyiniz.

ÇÖZÜM Bir deniz itfaiye botu denizden su çekip bir hortum fiskiyesi ile boşaltmak suretiyle yangınla mücadele etmektedir. Sistemdeki toplam yük kaybı ve fiskiyenin yüksekliği verilmiştir. Pompaya verilmesi gereken mil gücü ve suyun tahliye hızı hesaplanacaktır.

Kabuller 1 Akış daimi ve sıkıştırılmazdır. 2 Kinetik enerji düzeltme faktörünün etkisi ihmal edilmiş ve dolayısıyla $\alpha = 1$ 'dir.

Özellikler Deniz suyunun yoğunluğu $\rho = 1030 \text{ kg/m}^3$ olarak verilmiştir.

Analiz 1 noktasını deniz suyunun serbest yüzeyi ve 2 noktasını fiskiyenin çıkışı kabul edelim. $P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$ ve $V_1 \cong 0$ olduğu dikkate alınırsa (1 noktası suyun serbest yüzeyidir, boru girişi değildir.), 1 ve 2 noktaları arasındaki enerji denklemi pompa ve verim ifadelerinin de eklenmesi ile aşağıdaki şekilde gelir;



$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pompa,f}} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{türbin,ç}} + h_{\text{kayıp}} \rightarrow h_{\text{pompa,f}} = z_2 - z_1 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_{\text{kayıp}}$$

suyun çıkış hızı;

$$V_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2^2 / 4} = \frac{0.1 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0.05 \text{ m})^2 / 4} = 50.93 \text{ m/s} \cong \mathbf{50.9 \text{ m/s}}$$

İfadeler yerlerine konulursa, faydalı pompa yükü ve buna bağlı olarak faydalı pompa gücü aşağıdaki şekilde hesaplanır;

$$h_{\text{pompa,f}} = (4 \text{ m}) + (1) \frac{(50.93 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} + (3 \text{ m}) = 139.2 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\text{pompa,f}} &= \rho \dot{V} g h_{\text{pompa,f}} = (1030 \text{ kg/m}^3)(0.1 \text{ m}^3/\text{s})(9.81 \text{ m/s}^2)(139.2 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kN} \cdot \text{m/s}} \right) \\ &= 140.7 \text{ kW} \end{aligned}$$

Böylece gerekli olan mil gücü;

$$\dot{W}_{\text{pompa,mil}} = \frac{\dot{W}_{\text{pompa,f}}}{\eta_{\text{pompa}}} = \frac{140.7 \text{ kW}}{0.70} = \mathbf{201 \text{ kW}}$$

İrdeleme Dikkate edilirse buradaki pompa gücü öncelikli olarak akışkanın kinetik enerjisini artırmak için kullanılmaktadır.

5-94 2 m çapındaki basınçlı bir su tankının tabanında suyun atmosfere boşaldığı 10 cm çapında bir delik bulunmaktadır. Su seviyesi başlangıçta çıkıştan 3 m yüksekliktedir. Su yüzeyinin üzerindeki hava basıncı 450 kPa'da (mutlak basınç olarak) sabit tutulmaktadır ve atmosfer basıncı 100 kPa'dır. Sürtünme etkilerini ihmal ederek, (a) tankın yarısının boşalması için geçecek süreyi ve (b) 10 s sonra tank içerisindeki yüksekliği belirleyiniz.

ÇÖZÜM Su basınçlandırılmış bir kabın dibindeki bir delikten tahliye edilmektedir. Su seviyesinin yarıya düşmesi için gereken süre ve 10 saniye sonra tanktaki su seviyesi hesaplanacaktır.

Kabuller 1 Akış sıkıştırılmazdır ve sürtünme etkileri ihmal edilmektedir. 2 Suyun üzerindeki hava basıncı sabit kabul edilmektedir.

Özellikler Suyun yoğunluğu 1000 kg/m^3 'dür.

Analiz 1 noktasını tankın serbest yüzeyi, 2 noktasını ise deliğin çıkışı kabul edelim. z yüksekliğini delik noktasını referans noktası olacak şekilde seçelim ($z_2 = 0$). 2 noktasında akışkan atmosfere açıktır, (böylece $P_2 = P_{\text{atm}}$) ve serbest yüzeydeki akış hızı ihmal edilecek kadar küçüktür ($V_1 \cong 0$). Tüm bunlar dikkate alınırsa,

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{P_{\text{atm}}}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} \rightarrow V_2 = \sqrt{2gz_1 + 2P_{1,\text{etkin}} / \rho}$$

veya $V_2 = \sqrt{2gz + 2P_{1,\text{etkin}} / \rho}$ denilebilir. Buradaki z suyun herhangi bir t zamanındaki yüksekliğidir. Tanktaki su tahliye oldukça su serbest yüzeyi aşağıya inmektedir ve z değeri ilk başta H değeri olacak şekilde kapın tamamen boşaldığı 0 yüksekliğine doğru değişmektedir. Delik çapını D ile ve tankın çapını D_0 ile gösterelim. Suyun hacimsel debisini, çıkış hızı ile delik kesit alanını birbiri ile çarparak bulabiliriz,

$$\dot{V} = A_{\text{delik}} V_2 = \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{2gz + 2P_{1,\text{etkin}} / \rho}$$

Böylece diferansiyel zaman aralığı olan dt süresinde akan su miktarı;

$$dV = \dot{V} dt = \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{2gz + 2P_{1,\text{etkin}} / \rho} dt \quad (1)$$

olur. Bu değer kütle korunumu yasasından dolayı tanktaki su seviyesindeki azalmaya eşit olmalıdır.

$$dV = A_{\text{tank}} (-dz) = -\frac{\pi D_0^2}{4} dz \quad (2)$$

Buradaki dz diferansiyel zaman aralığı olan dt süresinde su seviyesinde gerçekleşen değişimi göstermektedir. (Pozitif yön tankın üstüne doğru olduğundan dolayı dz 'nin negatif bir büyüklük olduğuna dikkat ediniz. Tahliye olan suyun pozitif bir büyüklük olmasının sağlanması için denlemde $-dz$ kullanılmıştır.). (1) ve (2) denklemleri birbirleri içerisinde yerine konular ve denklem yeniden düzenlenirse;

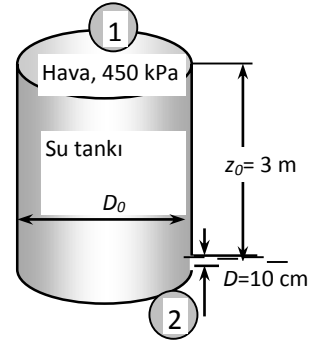
$$\frac{\pi D^2}{4} \sqrt{2gz + 2P_{1,\text{etkin}} / \rho} dt = -\frac{\pi D_0^2}{4} dz \rightarrow dt = -\frac{D_0^2}{D^2} \sqrt{\frac{1}{2gz + 2P_{1,\text{etkin}} / \rho}} dz$$

Değişkenler birbirinden ayrıldığı için en son denklem integre edilebilir. t_f tahliye süresi kabul edilirse, tahliye süresi $t = 0$ 'da $z = z_0$ ve $t = t'$ 'de $z = z$ kabul edilerek;

$$\sqrt{\frac{2z_0}{g} + \frac{2P_{1,etkin}}{\rho g^2}} - \sqrt{\frac{2z}{g} + \frac{2P_{1,etkin}}{\rho g^2}} = \frac{D_0^2}{D^2} t$$

bulunur.

$$\frac{2P_{1,etkin}}{\rho g^2} = \frac{2(450-100) \text{ kN/m}^2}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)^2} \left(\frac{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ kN}} \right) = 7.274 \text{ s}^2$$



Tankın yarısının boşalması için gereken zaman discharged ($z = z_0/2$) sınır şartı kabul edilerek;

$$\sqrt{\frac{2(3 \text{ m})}{9.81 \text{ m/s}^2} + 7.274 \text{ s}^2} - \sqrt{\frac{2(1.5 \text{ m})}{9.81 \text{ m/s}^2} + 7.274 \text{ s}^2} = \frac{(0.1 \text{ m})^2}{(2 \text{ m})^2} t \rightarrow t = 22.0 \text{ s}$$

bulunur.

(b) 10 sn sonraki su seviyesi;

$$\sqrt{\frac{2(3 \text{ m})}{9.81 \text{ m/s}^2} + 7.274 \text{ s}^2} - \sqrt{\frac{2z}{9.81 \text{ m/s}^2} + 7.274 \text{ s}^2} = \frac{(0.1 \text{ m})^2}{(2 \text{ m})^2} (10 \text{ s}) \rightarrow z = 2.31 \text{ m}$$

olarak elde edilir.

İrdeleme Dikkate edilirse boşalma süresi delik çapının karesi ile ters orantılıdır. Sadece delik çapı iki kat artırılarak tahliye süresinin 4 kat azaldığı söylenebilir.

5-97 Atmosferik koşulların 100 kPa ve 20 C olduğu bir yerde, bir tankın içerisinde 102 kPa basıncında hava bulunmaktadır. Tankta bulunan 2 cm çapındaki tapa açılıyor. Delikten geçen maksimum hava debisini belirleyiniz. Hava, ucuna 2 cm çıkış çapına sahip bir lüle takılmış 2 m uzunluğunda ve 4 cm çapındaki bir boru ile dışarı atılıyor olsaydı, cevabınız ne olurdu? Bu depolama tankı içerisindeki basınç 300 kPa olsaydı problem yine aynı yöntem ile çözer miydiniz?

ÇÖZÜM İçinde hava bulunan büyük bir tankın yüzeyindeki bir tapa açılıyor. Delikte oluşacak maksimum hava debisi hesaplanacaktır ve daha büyük bir boru ile aynı işlem yapılırsa oluşacak etki ortaya konulacaktır.

Kabuller Delikteki akış daimi, sıkıştırılamaz, dönümsüzdür ve sürtünme etkileri ihmal edilecektir (bu yüzden debi maksimumdur ve Bernoulli denklemi uygulanabilir).

Özellikler Gaz sabiti $R = 0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K}$ 'dir.

Analiz Tanktaki hava yoğunluğu;

$$\rho_{hava} = \frac{P}{RT} = \frac{102 \text{ kPa}}{(0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(293 \text{ K})} = 1.21 \text{ kg/m}^3$$

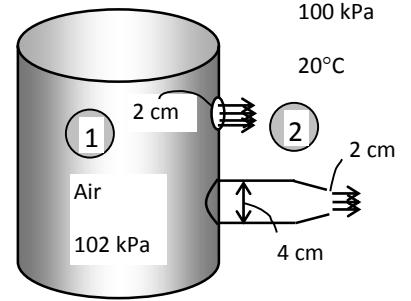
Tanktaki 1 noktası ve tank çıkışındaki 2 noktası aynı yatay çizgi üzerindedir. $z_1 = z_2$ (veya gazlardaki yükseklik etkisi ihmal edilebilir) ve $V_1 \cong 0$ 'dır. 1 ve 2 noktaları arasındaki Bernoulli denklemi;

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} \rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho_{hava}}}$$

olur. Değerler yerine konulursa çıkış hızı ve hacimsel debi;

$$V_2 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho_{hava}}} = \sqrt{\frac{2(102 - 100) \text{ kN/m}^2 \left(\frac{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ kN}} \right)}{1.21 \text{ kg/m}^3}} = 57.5 \text{ m/s}$$

$$\dot{V} = AV_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} V_2 = \frac{\pi (0.02 \text{ m})^2}{4} (57.5 \text{ m/s}) = \mathbf{0.0181 \text{ m}^3/\text{s}}$$



olur. Burada verilen debi sürtünme etkileri ihmal edildiği için oluşabilecek maksimum debidir. Gerçekteki debi bundan daha küçük olmalıdır.

2 m uzunluğunda bir bir boru parçasını eklemenin debi üzerinde hiçbir etkisi yoktur çünkü akış sürtünmesiz kabul edilmektedir (Bernoulli denklemi kullanılarak, hızın yükseldiği yerde basıncın düştüğü ve bu basınç farkının da akışı delikten dışarı doğru ittiği ve bunun çıkış debisine hiçbir etkisi olmadığı görülmektedir)

İrdeleme Tanktaki basın 300 kPa olsaydı, akış artık sıkıştırılmaz kabul edilemezdi ve bu yüzden problemin sıkıştırılabilir akış kuralları çerçevesinde ele alınması gerekirdi.